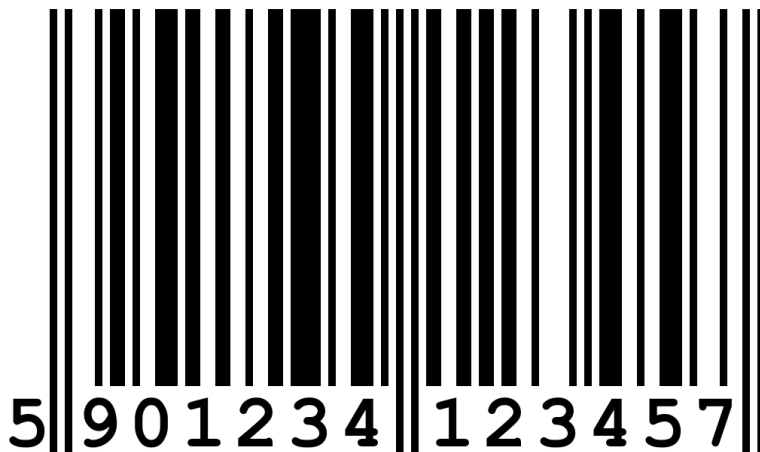
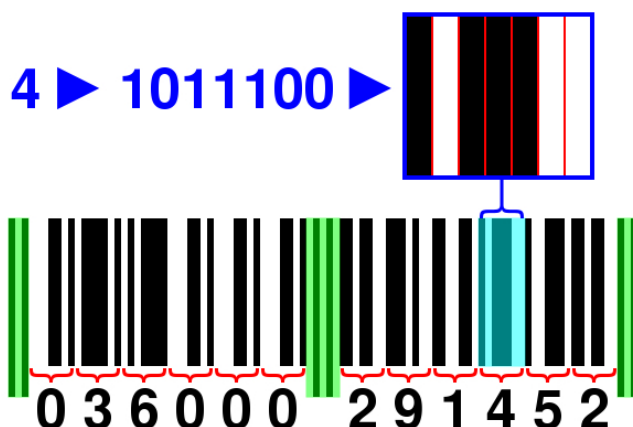


uebung_0_arith.docx: EAN

Die European Article Number (EAN) ist die Bezeichnung für die Globale Artikelidentnummer. Sie stellt eine international unverwechselbare Produktkennzeichnung für Handelsartikel dar. Die Nummer besteht aus 13 Ziffern, die an Hersteller als Global Location Number vergeben werden. Die EAN wird in der Regel als maschinenlesbarer Strichcode auf die Warenpackung aufgedruckt und kann von Barcodescannern decodiert werden, beispielsweise an Scannerkassen.



Der gesamte Code besteht aus 95 gleich breiten Bereichen. Jeder dieser Bereiche kann schwarz (steht für 1) oder weiß (steht für 0) sein. Es folgen maximal vier schwarze Bereiche aufeinander, diese bilden zusammen eine Linie. Ebenso folgen maximal vier weiße Bereiche aufeinander und bilden zusammen einen Freiraum. Neben den Bereichen, welche die Ziffern codieren, gibt es drei Bereiche, die Besonderes kodieren: Die Folge 101 (schwarz-weiß-schwarz) am Beginn und Ende des Codes (Randzeichen) sowie die Folge 01010 (weiß-schwarz-weiß-schwarz-weiß) in der Mitte des Codes (Trennzeichen):



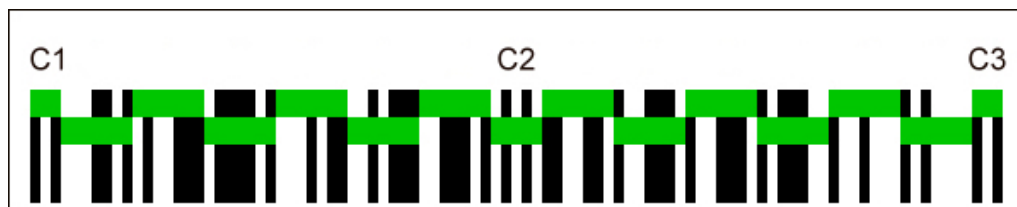
Grün hinterlegt sind die Trennzeichen, blau hinterlegt ist die Dekodierung der Ziffer 4 in der rechten Hälfte des Codes. Es wird deutlich, dass die Ziffer 4 durch einen schwarzen Strich der Breite 1, einen weißen Zwischenraum der Breite 1, einen dickeren schwarzen Strich der Breite 3 und einen weißen Strich der Breite 2 und damit durch das Bitmuster 1011100 kodiert ist. Jede Ziffer ist also durch sieben Bereiche (Bits) dargestellt, die immer in je zwei abwechselnd schwarze und weiße Bereiche zusammengefasst sind. Die Information ist in der Breite der Linien und der Zwischenräume kodiert.

Das mittlere Trennzeichen trennt den gesamten Strichcode in einen linken und einen rechten Bereich. Im linken Bereich beginnen die Codes der Ziffern immer mit einem weißen Zwischenraum, im rechten Bereich beginnen die Zifferncodes immer mit einem schwarzen Strich. Damit kann man klar entscheiden, wo die Kodierung einer Ziffer beginnt und endet. In der obigen Darstellung ist dies durch die roten geschweiften Klammern angedeutet.

Die Ziffern auf der linken Seite werden so kodiert, dass sie immer mit einem weißen Freiraum (0) anfangen und einer Linie enden; die auf der rechten Seite beginnen immer mit einer schwarzen Linie und enden mit einem Leerzeichen. Auf der rechten Seite sind alle Ziffern mit einer Dualzahl kodiert, welche eine *gerade* Quersumme hat. Auf der linken Seite dagegen wird durch eine spezielle Abfolge von Bitfolgen mit *gerader* und *ungerader* Anzahl an 1-Bits eine weitere Ziffer kodiert.

Ziffer ↙	Muster			Liniendicken		Kodierung der 13. Ziffer ↘
	links		rechts	rechts, li. ung. ↕	li. ger. ↕	
	ungerade ↕	gerade ↕	(gerade) ↕			
0	0001101	0100111	1110010	3211	1123	UUUUUU GGGGGG
1	0011001	0110011	1100110	2221	1222	UUGUGG GGGGGG
2	0010011	0011011	1101100	2122	2212	UUGGUG GGGGGG
3	0111101	0100001	1000010	1411	1141	UUGGGU GGGGGG
4	0100011	0011101	1011100	1132	2311	UGUUGG GGGGGG
5	0110001	0111001	1001110	1231	1321	UGGUUG GGGGGG
6	0101111	0000101	1010000	1114	4111	UGGGUU GGGGGG
7	0111011	0010001	1000100	1312	2131	UGUGUG GGGGGG
8	0110111	0001001	1001000	1213	3121	UGUGGU GGGGGG
9	0001011	0010111	1110100	3112	2113	UGGUGU GGGGGG

Im untenstehenden Beispiel sind die Bereiche der 7 Bits pro Ziffer durch die grünen Balken markiert. Ebenso die Bereiche der Randzeichen C1 und C3 sowie des Trennzeichens C2. Da die Trennzeichen aus Strichen und Zwischenräumen der Stärke 1 bestehen, kann man sie gut als Maß für die Dekodierung verwenden!



Wir dekodieren den Strichcode:

Nach dem linken Trennzeichen C1 folgt ein weißer Streifen der Breite 3 (000), dann kommt ein schwarzer Strich der Breite 2 (11) dann ein weißer Streifen der Breite 1 (0) und schließlich ein schwarzer Strich der Breite 1 (1), das ergibt zusammen das Bitmuster 0001101. Wir schauen in der obigen Tabelle unter „Muster links“ nach und finden diese Bitkombination als Code für die Ziffer 0 in der Spalte *ungerade*. Ungerade ist im Bitmuster die Anzahl der Eins-Bits.

Der Strichcode für die zweite Ziffer beginnt mit einem dünnen Zwischenraum der Stärke 1 (0) und einem dünnen Strich (1). Es folgen ein weißer Zwischenraum der Breite 2 (00) und ein dicker Strich der Breite 3 (111). Aus der Tabelle entnehmen wir, dass dieses gefundene Bitmuster 0100111 ebenfalls die Ziffer 0 kodiert, nun allerdings mit einer *geraden* Anzahl von 1-Bits.

Die nächste Ziffer beginnt mit einem dünnen Zwischenraum (0) und einem sehr dicken Strich (1111) gefolgt von einem dünnen Zwischenraum (0) und einem dünnen Strich (1).

Das Bitmuster 0111101 enthält eine *ungerade* Anzahl an Einsen, wir finden es deshalb in der Tabelle in der entsprechenden Spalte als Code für die Ziffer 3.

Das Bitmuster der nächsten Ziffer lautet 0001011, es hat eine *ungerade* Anzahl an Einsen und codiert die Ziffer 9.

Das folgende Bitmuster heißt 0010111, es hat eine *gerade* Anzahl an Einsen und codiert ebenfalls die Ziffer 9.

Das letzte Bitmuster im linken Teil des Strichcodes lautet 0011101, hat eine *gerade* Anzahl an Einsen und codiert die Ziffer 4.

Im rechten Teil des Strichcodes sind alle Ziffern mit einer geraden Anzahl der Einsen codiert, so dass dort diese Unterscheidung wegfällt. Die Bitmuster sowie die zugeordneten Ziffern lauten:

1100110 → 1

1001110 → 5

1001110 → 5

1011100 → 4

1001000 → 8

1010000 → 6

Die Ziffernfolge des dekodierten Strichcodes lautet damit 003994 155486. Ein realer EAN-Strichcode enthält allerdings 13 Ziffern und wenn Sie einen realen Code anschauen, dann fällt auf, dass die Ziffern 2 bis 13 alle genau unter ihre zugehörige Strichkombination gedruckt sind, die erste Ziffer aber außerhalb und noch links vom ersten Randzeichen. Diese erste Ziffer ist somit nicht in den „Strichen“ enthalten, sondern muss aus der linken Hälfte dekodiert werden. Genau dies ist der Grund für die unterschiedliche Zifferncodierung im linken Teil in Bitmuster mit gerader und mit ungerader Einsen-Anzahl. In unserem Beispiel waren die 6 Ziffern des linken Teils mit

ungerader – gerader – ungerader – ungerader – gerader – gerader

Einsbit-Anzahl kodiert und genau diese Abfolge **uguugg** kodiert die links außen stehende Ziffer nach dem folgenden Schema:

0: UUUUUU

1: UUGUGG

2: UUGGUG

3: UUGGGU

4: UGUUGG

5: UGGUUG

6: UGGGUU

7: UGUGUG

8: UGUGGU (Diese Zuordnung finden Sie auch in der obigen Tabelle als

9: UGGUGU „Kodierung der 13. Ziffer“)

Danach ist die erste, links außen stehende Ziffer in unserem Beispiel die Ziffer 4. Der Grund für diese komplizierte Kodierung der ersten Ziffer ist die gewünschte Kompatibilität mit dem amerikanischen UPC-Code, welcher nur 12 Ziffern umfasst.

1. Mit diesem Hintergrundwissen ist es durchaus möglich, EAN-Strichcodes von Hand und mit dem bloßen Auge zu dekodieren. Es ist zudem durchaus erlaubt, sich weitere Informationen in der Literatur oder aus dem Internet zu besorgen!
- Überprüfen Sie Ihre Fertigkeit im „Strichcode-lesen“ zunächst am ganz oben groß abgedruckten Strichcode.
 - Ermitteln Sie an den unten abgedruckten Barcodes die fehlenden Ziffern. Nutzen Sie dabei aus, dass die Barcodes im Ausdruck etwa 95 Millimeter breit sind!



2. Schaffen Sie es, den folgenden Barcode vollständig zu decodieren?



3. Vergleichen Sie das in der obigen Tabelle dargestellte rechte gerade Bitmuster der 10 Ziffern mit den jeweiligen linken geraden und ungeraden Mustern. Was fällt Ihnen auf?
4. Versuchen Sie nun umgekehrt, einen Barcode selbst zu erzeugen! Sie müssen den Code nicht aufzeichnen, sollen aber die 13 siebenstelligen Bitmuster der einzelnen Ziffern mitsamt der Rand- und Trennzeichen korrekt aufschreiben. Bedenken Sie, dass die erste Ziffer die Kodierung (gerade oder ungerade) der Ziffern 2 bis 7 vorgibt!
- a) 8 454103 462351
b) 5 157291 234605

5. Notieren Sie einige reale EAN-Codes von Dingen des täglichen Lebens. Sie brauchen sich nur die 13-stellige Ziffernfolge aufzuschreiben. Notieren Sie sich auch Nummern von Produkten gleicher Hersteller.
- a) Die 13 Ziffern sind in 4 Bereiche gruppiert. Informieren Sie sich darüber, welche Bedeutung die einzelnen Bereiche haben.
- b) Multiplizieren Sie die Ziffern ihrer realen EAN-Nummern von links beginnend abwechselnd mit 1 und mit 3 und addieren Sie die Produkte, z.B.:

$$\begin{array}{rcccccccccccccc}
 4 & 0 & 2 & 1 & 3 & 7 & 5 & 0 & 0 & 1 & 7 & 4 & 0 \\
 \downarrow \cdot 1 & \downarrow \cdot 3 & \downarrow \cdot 1 & \downarrow \cdot 3 & \downarrow \cdot 1 & \downarrow \cdot 3 & \downarrow \cdot 1 & \downarrow \cdot 3 & \downarrow \cdot 1 & \downarrow \cdot 3 & \downarrow \cdot 1 & \downarrow \cdot 3 & \downarrow \cdot 1 \\
 4+ & 0+ & 2+ & 3+ & 3+ & 21+ & 5+ & 0+ & 0+ & 3+ & 7+ & 12+ & 0 = 60
 \end{array}$$

Was fällt Ihnen auf?

- c) Ergänzen Sie die letzte (13.) Ziffer der folgenden Zahlen, so dass diese eine korrekte EAN-Nummer ergeben:

$$4 \ 002928 \ 12137 \square$$

$$3 \ 538759 \ 24341 \square$$

$$9 \ 462671 \ 02435 \square$$

- d) Ergänzen Sie die fehlende Ziffer, so dass eine korrekte EAN-Nummer entsteht!

$$4 \ 0\square 0808 \ 00700 \ 7$$

$$4 \ 01230\square \ 07011 \ 1$$

$$9 \ 782007 \ 1946\square \ 0$$

$$3 \ 00\square 007 \ 47115 \ 5$$

6. Schreiben Sie Ihre realen EAN-Nummern auf und „verschreiben“ Sie sich absichtlich genau an einer Stelle. Überprüfen Sie diese „falsche“ Nummer mit dem oben erläuterten Prüfziffer-Verfahren.

- a) Werden tatsächlich alle „Fälschungen“ sicher erkannt, egal an welcher Stelle Sie die falsche Ziffer einfügen und egal welche falsche Ziffer Sie einfügen? Probieren Sie möglichst viele Fälschungen aus!

- b) Wahrscheinlich haben Sie bei Ihren Versuchen alle Fälschungen durch das Prüfzifferverfahren erkannt. Selbst wenn Sie noch so viele Überprüfungen vornehmen – ein Beweis, dass alle „Einzelfehler“ sicher erkannt werden, ist das freilich nicht. Probieren Sie deshalb statt der Faktoren 1 und 3 die Faktoren 2 und 6 aus, z.B.

$$\begin{array}{rcccccccccccccc}
 4 & 0 & 2 & 1 & 3 & 7 & 5 & 0 & 0 & 1 & 7 & 4 & 0 \\
 \downarrow \cdot 2 & \downarrow \cdot 6 & \downarrow \cdot 2 & \downarrow \cdot 6 & \downarrow \cdot 2 & \downarrow \cdot 6 & \downarrow \cdot 2 & \downarrow \cdot 6 & \downarrow \cdot 2 & \downarrow \cdot 6 & \downarrow \cdot 2 & \downarrow \cdot 6 & \downarrow \cdot 2 \\
 8+ & 0+ & 4+ & 6+ & 6+ & 42+ & 10+ & 0+ & 0+ & 6+ & 14+ & 24+ & 0 = 120
 \end{array}$$

- c) Überprüfen Sie Ihre „falschen“ EAN-Nummern mit dieser Methode. Finden Sie „falsche Ziffern“, die nun nicht mehr erkannt werden. Welche Fehler werden nicht mehr erkannt? Woran liegt das?

- d) Offensichtlich spielt die Wahl der Faktoren, mit denen die einzelnen Ziffern multipliziert werden – man nennt sie *Gewichte* – eine entscheidende Rolle für das Erkennen von Einzelfehlern. Sind 1 und 3 die einzigen Gewichte, die für das Prüfzifferverfahren in Frage kommen oder gibt es auch noch andere geeignete (einstellige) Gewichte? Welche Ziffern sind als Gewichte nicht geeignet? Gibt es eine Ziffer, die als Gewicht völlig ungeeignet ist?
- e) Betrachten Sie die 1×1 -Reihen der Ziffern, die als Gewichte geeignet sind und vergleichen Sie diese mit denjenigen ungeeigneter Ziffern. Was fällt auf?
- f) Können Sie abschließend schlüssig begründen, warum das EAN-Prüfzifferverfahren sicher alle Einzelfehler (Eingabe genau einer falschen Ziffer) erkennt?
- g) Versuchen Sie, das EAN-Prüfverfahren in die Irre zu führen, indem Sie eine **zweite** falsche Ziffer dergestalt eingeben, dass das Prüfverfahren keinen Fehler mehr erkennt! Wie hängen die Fehlerstellen und die fehlerhaften Ziffern zusammen?
7. Ein weiterer häufiger Fehler bei der Eingabe von vielstelligen Zahlen ist das paarweise Vertauschen von Ziffern, also beispielsweise 63585 statt 65385.
- a) Warum ist dieser Fehler relativ häufig?
- b) Untersuchen Sie Ihre realen EAN-Nummern darauf, ob das EAN-Prüfzifferverfahren alle Zifferndreher sicher erkennt. Falls Sie glauben, dass alle Dreher sicher erkannt werden, dann begründen Sie bitte, warum das so ist. Falls Sie meinen, dass nicht alle Zifferndreher erkannt werden, dann geben Sie solche unerkannten Zifferndreher an und begründen Sie, warum diese nicht erkannt werden!
- c) Sie haben weiter oben herausgearbeitet, welche Ziffern grundsätzlich als Gewichte für das EAN-Prüfverfahren in Frage kommen. Was ändert sich an der Erkennung von Zifferndrehern, wenn im Prüfverfahren zwei andere geeignete Gewichte verwendet werden?
- d) Kann das EAN-Prüfverfahren das Vertauschen von zwei Zweierblöcken erkennen, also wenn statt 63585 die Zahl 58635 geschrieben wird?
8. Alle Bücher sind mit einer internationalen Standard-Buchnummer (ISBN) eindeutig gekennzeichnet. Diese ISBN ist zehnstellig. Informieren Sie sich darüber, welche Bedeutung einzelne Zifferngruppen haben und welches Prüfverfahren bei der ISBN angewendet wird. Welchen Zusammenhang gibt es zwischen ISBN und EAN?
- a) Notieren Sie einige reale ISBN und überprüfen Sie die jeweils angegebene Prüfziffer.
- b) Können mit dem ISBN-Prüfverfahren alle Einzelfehler (genau eine Ziffer falsch) erkannt werden?
- c) Können Sie eine ISBN mit einer falschen Ziffer durch Verändern einer zweiten Ziffer so manipulieren, dass das Prüfverfahren keinen Fehler mehr erkennt?
- d) Können mit dem ISBN-Prüfverfahren alle Zifferndreher (zwei vertauschte, aufeinanderfolgende Ziffern) erkannt werden?
- e) Kann das ISBN-Prüfverfahren das Vertauschen von zwei Zweierblöcken erkennen?
- f) Warum ist das ISBN-Prüfverfahren beim Erkennen von Fehlern dem EAN-Prüfverfahren überlegen?
- g) Warum wendet man das ISBN-Prüfverfahren nicht auch bei den EAN-Nummern an?

9. Verfolgen Sie einige Tage aufmerksam, bei welchen Gelegenheiten Sie mit Zahlen zu tun haben! Sie werden feststellen, dass Zahlen in ganz unterschiedlichen Zusammenhängen verwendet werden, dass es – wie man in der Didaktik sagt – verschiedene *Zahl*aspekte gibt. Versuchen Sie, möglichst viele unterschiedliche *Zahl*aspekte herauszuarbeiten.